

ĐỀ THAM KHẢO

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25}$ là

- A. ± 5 . B. -5 . C. 5 . D. 25 .

Câu 2. Hàm số nào sau đây không phải là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 2 - 3x$. B. $y = 3\sqrt{x} + 1$. C. $y = -2x$. D. $y = \frac{x-7}{3}$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x}{3} - 1$. B. $y = \sqrt{2x} - 3x$. C. $y = (\sqrt{5} - 1)x$. D. $y = (\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}$.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là

- A. $(1; 1)$. B. $(7; 1)$. C. $(3; 3)$. D. $(3; -3)$.

Câu 5. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $48m$. Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và tăng chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là $162m$. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu?

- A. $24m^2$. B. $153m^2$. C. $135m^2$. D. $14m^2$.

Câu 6. Giá trị của hàm số $y = f(x) = -7x^2$ tại $x_0 = -2$ là

- A. 28 . B. 14 . C. 21 . D. -28 .

Câu 7. Phương trình nào sau đây có nghiệm kép ?

- A. $x^2 - x = 0$. B. $3x^2 + 2 = 0$. C. $3x^2 + 2x + 1 = 0$. D. $9x^2 + 12x + 4 = 0$.

Câu 8. Cho các phương trình:

$$\sqrt{2}x^2 + 1 = 0; \quad x^2 + 2019x = 0; \quad x + \sqrt{x} - 1 = 0; \quad 2x + 0x^2 + 3 = 9.$$

Có bao nhiêu phương trình phương trình trên là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 0 .

Câu 9. Tam giác IJK vuông ở I có $IJ = 3a$; $IK = 4a$ ($a > 0$), khi đó $\cot IKJ$ bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3cm$; $AC = 4cm$. Độ dài đường cao ứng với cạnh huyền bằng

- A. $7cm$. B. $1cm$. C. $\frac{12}{5}cm$. D. $\frac{5}{12}cm$.

Câu 11. Cho hai đường tròn $(O; 3\text{ cm})$ và $(O'; 5\text{ cm})$, có $OO' = 7\text{ cm}$. Số điểm chung của hai đường tròn là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12. Cho đường tròn $(O; 25\text{ cm})$ và dây $AB = 40\text{ cm}$. Khi đó khoảng cách từ tâm O đến dây AB là

A. 15 cm . B. 7 cm . C. 20 cm . D. 24 cm .

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm). Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho hai hàm số $y = -2x^2$ có đồ thị là (P) và $y = x - 1$ có đồ thị là (d) .

a) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) đã cho.

2. Cho phương trình $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 13$.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) , đường kính AB . Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của đường tròn.

M là một điểm trên đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M của đường tròn cắt Ax, By lần lượt tại P, Q .

a) Chứng minh rằng tứ giác $APMO$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $AP + BQ = PQ$.

c) Chứng minh rằng $AP \cdot BQ = AO^2$.

d) Khi điểm M di động trên đường tròn (O) , tìm các vị trí của điểm M sao cho diện tích tứ giác $APQB$ nhỏ nhất.

Câu 4 (0,5 điểm). Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$.

Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$.

.....**HẾT**.....

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐÁP ÁN	C	B	B	D	C	D	D	A	D	C	B	A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Với $x = 64$ ta có $A = \frac{2 + \sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \frac{2 + 8}{8} = \frac{5}{4}$

b) $B = \frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x}) + (2\sqrt{x} + 1)\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x + \sqrt{x})} = \frac{x\sqrt{x} + 2x}{x\sqrt{x} + x} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$

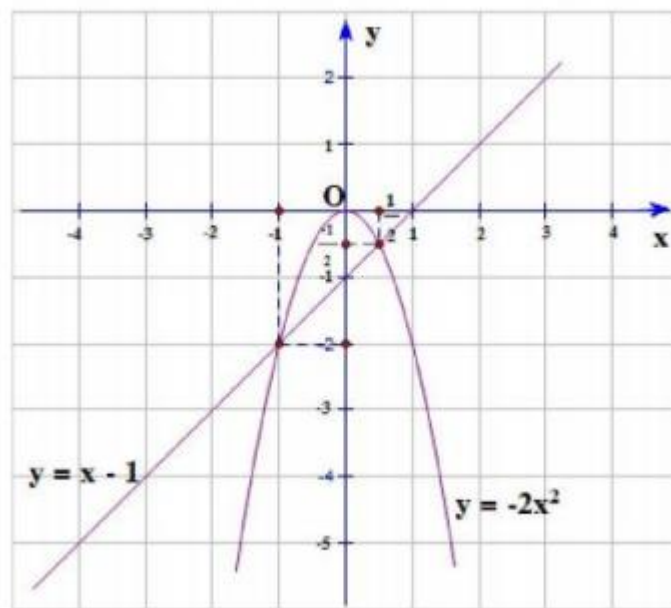
c) Với $x > 0$ ta có:

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &> \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2} \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2 > 3\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 4 \text{ (Do } x > 0) \end{aligned}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho hai hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là (d) , $y = -2x^2$ có đồ thị là (P) .

a) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-2x^2 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0.$$

Ta có $a - b + c = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = -1$ và $x_2 = \frac{1}{2}$.

Với $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = -2$ và $x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_2 = -\frac{1}{2}$.

Vậy tọa độ các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) đã cho là $(-1; -2); (\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$.

2.

a) Phương trình có nghiệm khi $\Delta' = (m + 1)^2 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$

b) Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $m \geq \frac{-1}{2}$ (theo câu 1). Theo Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$$

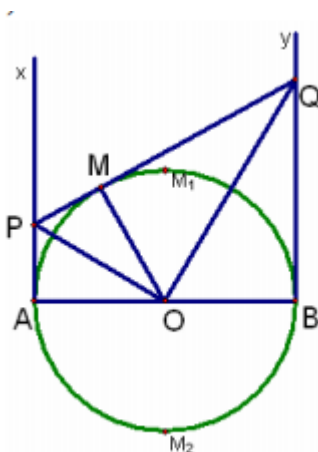
Khi đó

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 13 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2) - 7x_1x_2 = 13 \\ &\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 7m^2 = 13 \Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 9(*) \end{aligned}$$

Vì $\Delta' = 16 - 27 = -11 < 0 \Rightarrow (*)$ vô nghiệm

Vậy không tồn tại giá trị nào của m để phương trình $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 13$.

Câu 3 (3,0 điểm).



a) Xét tứ giác $APMQ$, ta có:

$OAP = OMP = 90^\circ$ (vì PA, PM là tiếp tuyến của (O)).

Vây tứ giác $APMO$ nội tiếp.

b) Ta có $AP = MP$ (AP, MP là tiếp tuyến của (O)).

$$BQ = MQ \text{ (} BQ, MQ \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{)}.$$
$$BP + BQ = MP + MQ = PQ.$$

c) Ta có OP là phân giác góc AOM (AP, MP là tiếp tuyến của (O)).

OQ là phân giác góc BOM (BQ, MQ là tiếp tuyến của (O)).

Mà $\angle AOM + \angle BOM = 180^\circ$ (hai góc kề bù) $\Rightarrow \angle POQ = 90^\circ$.

Xét $\triangle POQ$, ta có: $POQ = 90^\circ$ (cmt), $OM \perp PQ$ (PQ là tiếp tuyến của (O) tại M)

$$\Rightarrow MP.MQ = OM^2 \text{ (hệ thức lượng)}$$

Lại có $MP = AP; MQ = BQ$ (cmt), $OM = AO$ (bán kính)

Do đó $AP.BQ = AO^2$.

d) Tứ giác $APQB$ có $AP \perp BQ$ ($AP \perp AB, BQ \perp AB$), nên tứ giác $APQB$ là hình thang vuông

$$\Rightarrow S_{APQB} = \frac{(AP + BQ)AB}{2} = \frac{PQ \cdot AB}{2}$$

Mà AB không đổi nên S_{APQB} đạt GTNN

$$\Leftrightarrow PQ \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow PQ = AB \Leftrightarrow PQ \perp AB \Leftrightarrow OM \perp AB$$

$\Leftrightarrow M$ là điểm chính giữa cung AB . Tức là M trùng M_1 hoặc M trùng M_2 (hình vẽ) thì S_{APQB} đạt

GTNN là $\frac{AB^2}{2}$.

Câu 4 (0,5 điểm). Từ giả thiết đã cho ta có : $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6$

Theo bất đẳng thức Cauchy ra ta có:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \geq \frac{1}{ab}; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq \frac{1}{bc}; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} \right) \geq \frac{1}{ca}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{a^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{a}; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{b}; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{c}$$

Cộng các bất đẳng thức trên vế theo vế ta có:

$$\frac{3}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) + \frac{3}{2} \geq 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$$

Dấu bằng xảy ra khi: $a = b = c = 1$.

Hết