

Chương I: VECTO

CÁC ĐỊNH NGHĨA

1. Để xác định một vectơ cần biết một trong hai điều kiện sau:

- Điểm đầu và điểm cuối của vectơ.
- Độ dài và hướng.

2. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Nếu hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương thì chúng có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

3. Độ dài của một vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

4. $\vec{a} = \vec{b}$ khi và chỉ khi $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ và $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

5. Với mỗi điểm A ta gọi $\overrightarrow{AA}$ là vectơ – không. Vectơ – không được kí hiệu là $\vec{0}$ và quy ước rằng $|\vec{0}| = 0$ vectơ $\vec{0}$ cùng phương và cùng hướng với mọi vectơ.

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Xác định một vectơ, sự cùng phương và hướng của hai vectơ.

@ **Phương pháp:**

- Để xác định vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ ta cần biết $|\vec{a}|$ và hướng của $\vec{a}$ hoặc biết điểm đầu và điểm cuối của $\vec{a}$. Chẳng hạn, với hai điểm phân biệt A và B ta có hai vectơ khác vectơ $\vec{0}$ là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$
- Vectơ $\vec{a}$ là vectơ – không khi và chỉ khi $|\vec{a}| = 0$ hoặc $\vec{a} = \overrightarrow{AA}$ với A là điểm bất kì.

Dạng 2: Chứng minh hai vectơ bằng nhau.

@ **Phương pháp:** Để chứng minh hai vecto bằng nhau ta có thể dùng một trong ba cách sau:

$$* \left. \begin{array}{l} |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng hướng} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} = \vec{b}.$$

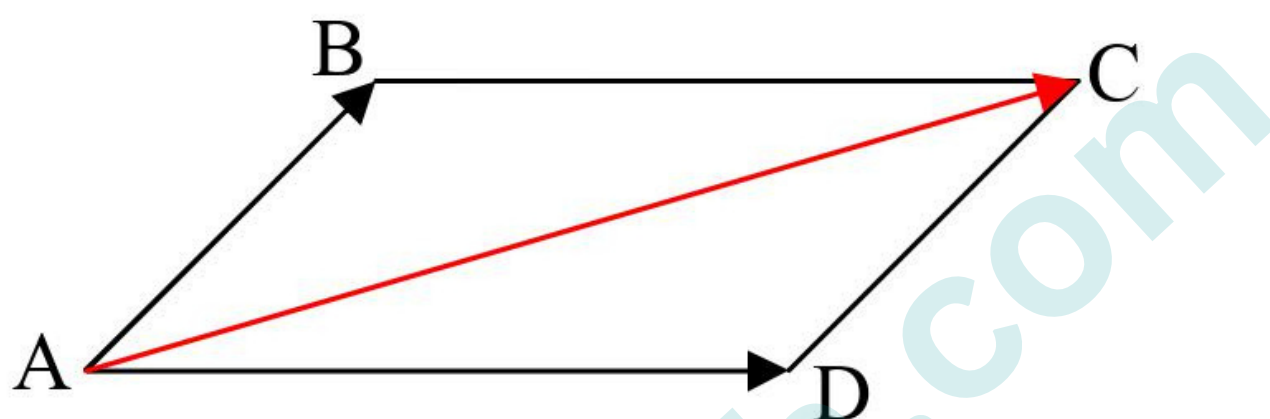
* Tứ giác ABCD là hình bình hành $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

* Nếu $\vec{a} = \vec{b}$, $\vec{b} = \vec{c}$ thì $\vec{a} = \vec{c}$

TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

1. Định nghĩa tổng của hai vectơ và quy tắc tìm tổng.

- Cho hai vectơ tùy ý $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy điểm A tùy ý, dựng $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$.
- Với ba điểm M, N và P tùy ý ta luôn có: $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ (quy tắc 3 điểm)
- Tứ giác ABCD là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).



2. Định nghĩa vectơ đối.

- * Cho vectơ $\vec{a}$. Vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với $\vec{a}$ được gọi là vectơ đối của vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.
- * Mỗi vectơ đều có vectơ đối, chẳng hạn vectơ đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, nghĩa là $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$
- * Vectơ đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$.

3. Định nghĩa hiệu của hai vectơ và quy tắc tìm hiệu.

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Quy tắc ba điểm đối với phép trừ vectơ: Với ba điểm bất kì O, A, B ta có

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}.$$

Lưu ý:

- I là trung điểm AB $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- G là trọng tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Tìm tổng của hai vecto và tổng của nhiều vecto.

@ **Phương pháp:** Dùng định nghĩa tổng của hai vecto, quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành và các tính chất của tổng các vecto.

Dạng 2: Tìm vecto đối và hiệu của hai vecto

@ **Phương pháp:**

- Theo định nghĩa, để tìm hiệu $\vec{a} - \vec{b}$, ta làm hai bước sau:
 - Tìm vecto đối của $\vec{b}$.
 - Tính tổng $\vec{a} + (-\vec{b})$
- Vận dụng quy tắc $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ với ba điểm O, A, B bất kì.

Dạng 3: Tính độ dài của $\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$

@ **Phương pháp:**

Đầu tiên tính $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB}, \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{CD}$. Sau đó tính độ dài các đoạn thẳng AB và CD bằng cách gắn nó vào các đa giác mà ta có thể tính được độ dài các cạnh của nó hoặc bằng phương pháp tính trực tiếp khác.

Dạng 4: Chứng minh đẳng thức vecto.

@ **Phương pháp:**

Mỗi vế của một đẳng thức vecto gồm các vecto được nối với nhau bởi các phép toán vecto. Ta dùng quy tắc tìm tổng, hiệu của hai vecto, tìm vecto đối để biến đổi vế này thành vế kia của đẳng thức hoặc biến đổi cả hai vế của đẳng thức để được hai vế bằng nhau. Ta cũng có thể biến đổi đẳng thức vecto cần chứng minh đó tương đương với một đẳng thức vecto được công nhận là đúng.

TÍCH CỦA VECTO VỚI MỘT SỐ.

1. Định nghĩa: Cho số $k \neq 0$ và vecto $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của vecto $\vec{a}$ với số k là một vecto, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$.

2. Các tính chất. $\forall \vec{a}, \vec{b}; \forall h, k \in \mathbb{R}$, ta có:

$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b};$	$(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a};$
$h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a};$	$1.\vec{a} = \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a}$
$0.\vec{a} = \vec{0}, \forall \vec{a};$	$k\vec{0} = \vec{0}, \forall k \in \mathbb{R}$

1. Hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$ với $\vec{b} \neq \vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có số k để $\vec{a} = k\vec{b}$. Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, $\vec{b} \neq \vec{0}$. Tìm số k để $\vec{a} = k\vec{b}$ và khi đó số k tìm được là duy nhất.

2. Áp dụng:

- Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ với số k xác định.
- I là trung điểm của đoạn thẳng AB $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$.
- G là trọng tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Xác định vecto $k\vec{a}$.

@ **Phương pháp:** Dựa vào định nghĩa vecto $k\vec{a}$

* $|\vec{k\vec{a}}| = |k||\vec{a}|$.

- Nếu $k > 0$, $k\vec{a}$ và $\vec{a}$ cùng hướng.

- Nếu $k < 0$, $k\vec{a}$ và $\vec{a}$ ngược hướng.

$$* k\vec{0} = \vec{0}, \forall k \in \mathbb{R} \quad 0.\vec{a} = \vec{0}, \forall \vec{a}$$

$$* 1.\vec{a} = \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a}$$

Dạng 2: Phân tích (biểu thị) một vecto theo hai vecto không cùng phương.

@ **Phương pháp:**

a/ Để phân tích vecto $\vec{x} = \overrightarrow{OC}$ theo hai vecto không cùng phương $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ và $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ta làm như sau:

- Vẽ hình bình hành $OA'CB'$ có hai đỉnh O, C và hai cạnh OA' và OB' lần lượt nằm trên hai giá của $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$. Ta có: $\vec{x} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'}$
- Xác định số h để $\overrightarrow{OA'} = h\overrightarrow{OA}$. Xác định số k để $\overrightarrow{OB'} = k\overrightarrow{OB}$. Khi đó $\vec{x} = h\vec{a} + k\vec{b}$.

b/ Có thể sử dụng linh hoạt các công thức sau:

$$* \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}, \text{ với ba điểm O, A, B bất kì.}$$

$$* \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \text{ nếu tứ giác ABCD là hình bình hành.}$$

Dạng 3: Chứng minh ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song.

@ **Phương pháp:** Dựa vào các khẳng định sau:

- Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.
- Nếu $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ và hai đường thẳng AB và CD phân biệt thì $AB \parallel CD$.

Dạng 4: Chứng minh các đẳng thức vecto có chứa tích của vecto với một số.

@ **Phương pháp:**

- Sử dụng tính chất tích của vecto với một số.
- Sử dụng các tính chất của: ba điểm thẳng hàng, trung điểm của một đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác.

Dạng 5: Xác định vị trí của một điểm nhờ đẳng thức vecto.

@ **Phương pháp:** Sử dụng các khẳng định và các công thức sau:

- $\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \equiv B$;
- Cho điểm A và cho $\vec{a}$. Có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow B \equiv C$, $\overrightarrow{A_1B} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow A_1 \equiv A$

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Trục và độ dài đại số trên trục:

- Cho điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{e}$. Ta gọi a đó là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho và kí hiệu: $a = \overrightarrow{AB}$.
- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{e}$ thì $\overrightarrow{AB} = AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{e}$ thì $\overrightarrow{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overrightarrow{AB} = b - a$

2. Tọa độ của một vectơ, của một điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy:

- * $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- * $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ với O là gốc tọa độ.
- * Cho hai điểm $A = (x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$, ta có:
 $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

3. Tọa độ của các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $k\vec{u}$

Cho $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Khi đó:

- $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2)$
- $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2)$
- $k\vec{u} = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}$
- $\vec{u}$ c. phương $\vec{v} \Leftrightarrow u_1v_2 - u_2v_1 = 0$

4. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác:

a) Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $I(x_I; y_I)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Ta có:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

b) Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$, Ta có tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Tìm tọa độ của điểm và độ dài đại số của một vectơ trên trục $(O; \vec{e})$.

@ **Phương pháp:** Căn cứ vào định nghĩa tọa độ của điểm và độ dài đại số của vectơ.

- Điểm M có tọa độ a $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{e}$ với O là điểm gốc.
- Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có độ dài đại số là $m = \overline{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = m\vec{e}$.
- Nếu M và N có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{MN} = b - a$

Dạng 2: Xác định tọa độ của vectơ và của điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

@ **Phương pháp:** Căn cứ vào định nghĩa tọa độ của một vectơ và tọa độ của một điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

- Để tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}$ ta làm như sau: Vẽ vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$ Gọi hai điểm M_1 và M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox và Oy. Khi đó $\vec{a} = (a_1; a_2)$ trong đó $a_1 = \overline{OM_1}$, $a_2 = \overline{OM_2}$.

- Để tìm tọa độ của điểm A ta tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$. Như vậy A có tọa độ là (x;y) trong đó $x = \overline{OA_1}, y = \overline{OA_2}$; A_1 và A_2 tương ứng là chân đường vuông góc hạ từ A xuống Ox và Oy.
- Nếu biết tọa độ của hai điểm A, B ta tính được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo công thức: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Dạng 3: Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{u} + \vec{v}; \vec{u} - \vec{v}; k \cdot \vec{u}$

@ **Phương pháp:**

Tính theo các công thức tọa độ của $\vec{u} + \vec{v}; \vec{u} - \vec{v}; k \cdot \vec{u}$

Dạng 4: Chứng minh ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song bằng tọa độ.

@ **Phương pháp:** Sử dụng các điều kiện cần và đủ sau:

- Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$.
- Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ cùng phương $\Leftrightarrow$ có số k để $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$

Dạng 5: Tính tọa độ trung điểm của một đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm của tam giác.

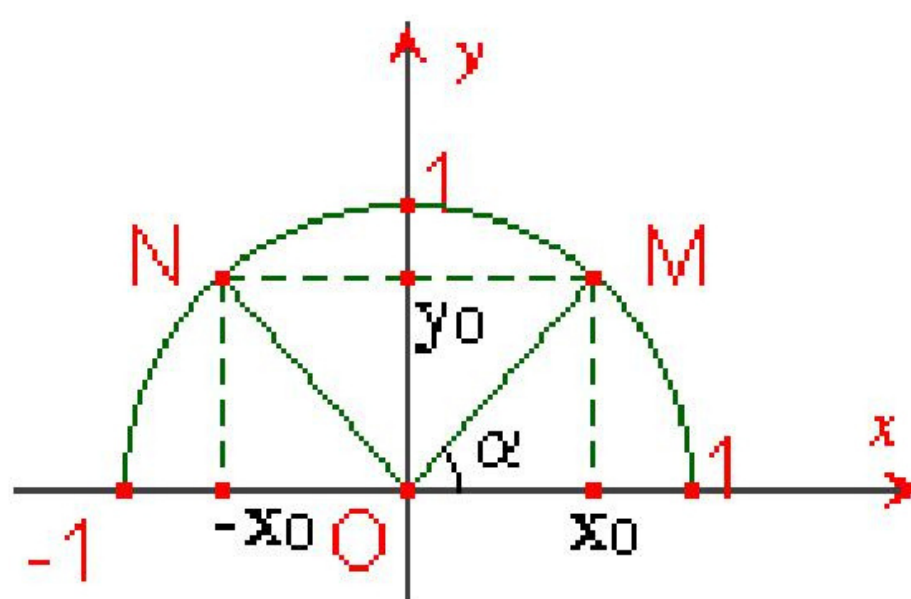
@ **Phương pháp:** Sử dụng các công thức sau:

- Tọa độ trung điểm của một đoạn thẳng bằng trung bình cộng các tọa độ tương ứng của hai đầu mút.
- Tọa độ của trọng tâm tam giác bằng trung bình cộng các tọa độ tương ứng của ba đỉnh.

Chương II: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO VÀ ỨNG DỤNG

1. Định nghĩa.

Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ và giả sử điểm M có toạ độ $M(x_0; y_0)$. Khi đó ta định nghĩa:



- * sin của góc α là y_0 , ký hiệu $\sin \alpha = y_0$;
- * cosin của góc α là x_0 , ký hiệu $\cos \alpha = x_0$;
- * tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$), ký hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$;
- * cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$), ký hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$;

Các số $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ được gọi là các *giá trị lượng giác của góc α* .

⚠ **Chú ý:** + Nếu α là góc tù thì $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha < 0$, $\cot \alpha < 0$.

+ $\tan \alpha$ chỉ xác định khi $\alpha \neq 90^\circ$, $\cot \alpha$ chỉ xác định khi $\alpha \neq 0^\circ$ và $\alpha \neq 180^\circ$

2. Các hệ thức lượng giác.

$\sin a = \sin(180^\circ - a)$
$\cos a = -\cos(180^\circ - a)$
$\tan a = -\tan(180^\circ - a)$
$\cot a = -\cot(180^\circ - a)$

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt.

α Giá trị lượng giác	0 (0°)	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)	π (180°)
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	

4. Góc giữa hai vectơ.

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kỳ ta vẽ $\vec{OA} = \vec{a}$ và $\vec{OB} = \vec{b}$. Góc $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta kí hiệu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $(\vec{a}, \vec{b})$. Nếu $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ thì ta nói rằng $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau, kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$ hoặc $\vec{b} \perp \vec{a}$.

5. Tích vô hướng của hai vectơ:

a/ Định nghĩa: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$. **Tích vô hướng** của $\vec{a}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng vectơ $\vec{0}$ ta quy ước :
 $(\vec{a} \cdot \vec{b} = 0)$

Chú ý:

* Với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$ ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

* Khi $\vec{a} = \vec{b}$ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{a}$ được kí hiệu là $\vec{a}^2$ và số này được gọi là *bình phương vô hướng của vectơ $\vec{a}$*

b/ Các tính chất của tích vô hướng:

Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có:

* $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (tính chất giao hoán)

* $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (tính chất phân phối)

* $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$

* $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$

c/ Biểu thức tọa độ của tích vô hướng:

Trong mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là $\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2}$

* **Nhận xét:** Hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ khác vectơ - không vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a_1 b_1 + a_2 b_2 \neq 0$

$$\boxed{\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0}$$

d/ **Độ dài của vectơ:** Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, khi đó: $\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}}$

e/ Góc giữa hai vectơ:

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác vectơ - không, khi đó:

$$\boxed{\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}}$$

f/ Khoảng cách giữa hai điểm:

Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo

công thức:
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

6. Các hệ thức lượng trong tam giác:

a/ Định lí cô sin:

Trong tam giác ABC bất kì với $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$, ta có:

$$\begin{aligned} \bullet \quad a^2 &= b^2 + c^2 - 2b.c \cos A \\ \bullet \quad b^2 &= a^2 + c^2 - 2a.c \cos B \\ \bullet \quad c^2 &= a^2 + b^2 - 2a.b \cos C \end{aligned}$$

Hệ quả:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

@ **Áp dụng:** Tính độ dài đường trung tuyến của tam giác.

Cho tam giác ABC có các cạnh $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Gọi m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến lần lượt vẽ từ các đỉnh A, B, C của tam giác. Ta có:

$$\begin{aligned} \bullet \quad m_a^2 &= \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} \\ \bullet \quad m_b^2 &= \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \\ \bullet \quad m_c^2 &= \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4} \end{aligned}$$

b/ **Định lí sin:** Trong tam giác ABC bất kì với $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ và R là bán

kính đường tròn ngoại tiếp, ta có:
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

c/ **Công thức tính diện tích tam giác:**

- $S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$
- $S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$
- $S = \frac{abc}{4R}$
- $S = pr$
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Tính giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt.

@ Phương pháp:

- Dựa vào định nghĩa, tìm tung độ y_0 và hoành độ x_0 của điểm M trên nửa đường tròn đơn vị với góc $\widehat{xOM} = \alpha$ và từ đó ta có các giá trị lượng giác:

$$\sin \alpha = y_0; \cos \alpha = x_0; \tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}; \cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}.$$
- Dựa vào tính chất: Hai góc bù nhau có sin bằng nhau và có cosin, tang, cotang đối nhau.

Dạng 2: Chứng minh các hệ thức về giá trị lượng giác.

@ Phương pháp:

- Dựa vào định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$).
- Dựa vào tính chất của tổng ba góc của một tam giác bằng 180°.
- Sử dụng các hệ thức:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

Dạng 3: Cho biết một giá trị lượng giác của góc α , tìm các giá trị lượng giác còn lại của α .

@ Phương pháp:

- Sử dụng định nghĩa giá trị lượng giác của góc α và các hệ thức cơ bản liên hệ giữa các giá trị đó như:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Dạng 4: Tính tích vô hướng của hai vecto.

@ Phương pháp:

- Áp dụng công thức của định nghĩa: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Dùng tính chất phân phối: $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Dạng 5: Chứng minh các đẳng thức về vecto có liên quan đến tích vô hướng.

@ Phương pháp:

- Sử dụng tính chất phân phối của tích vô hướng đối với phép cộng các vecto.
- Dùng quy tắc ba điểm đối với phép cộng hoặc trừ vecto.

Dạng 6: Chứng minh sự vuông góc của hai vecto.

Dạng 7: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng và các ứng dụng: tính độ dài của một vecto, tính khoảng cách giữa hai điểm, tính góc giữa hai vecto.

@ Phương pháp:

- Cho hai vecto $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2.$$

- Độ dài vecto: $\vec{a} = (a_1; a_2)$, khi đó: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

- Góc giữa hai vecto $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ là:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}.$$

- Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo công

thức:
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Dạng 8: Tính một số yếu tố trong tam giác theo một yếu tố cho trước (trong đó có ít nhất là một cạnh).

@ **Phương pháp:**

- Sử dụng trực tiếp định lí côsin và định lí sin.
- Chọn các hệ thức lượng thích hợp đối với tam giác để tính một số yếu tố trung gian cần thiết để việc giải toán thuận lợi.

Dạng 9: Giải tam giác.

@ **Phương pháp:** Một tam giác thường được xác định khi biết ba yếu tố. Trong các bài toán giải tam giác, người ta thường cho tam giác với ba yếu tố như sau:

- Biết một cạnh và hai góc kề cạnh đó (g, c, g).
- Biết một góc và hai cạnh kề góc đó (c, g, c).
- Biết ba cạnh (c, c, c).

Để tìm các yếu tố còn lại của tam giác người ta thường sử dụng các định lí cô sin, định lí sin, định lí tổng ba góc của một tam giác bằng 1800 và đặc biệt có thể sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Chương III: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình tham số.

- Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$ là:

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$$

- Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k là: $y - y_0 = k(x - x_0)$
- Nếu (Δ) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$ với $u_1 \neq 0$ thì hệ số góc của (Δ) là $k = \frac{u_2}{u_1}$
- Nếu (Δ) có hệ số góc k thì (Δ) có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; k)$

2. Phương trình tổng quát.

- Phương trình tổng quát của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

Hay $ax + by + c = 0$ với $c = -ax_0 - by_0$

- Đường thẳng (Δ) cắt Ox và Oy lần lượt tại $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ có

phương trình theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (a, b \neq 0)$

* **Chú ý:** Mỗi liên hệ giữa VTCP và VTPT của cùng một đường thẳng: Nếu $\vec{n} = (a; b)$ là 1 VTPT thì VTCP là $\vec{u} = (-b; a)$ hoặc $\vec{u} = (b; -a)$

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng:

Xét 2 đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Toạ độ giao điểm của Δ_1, Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình :
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

(I). Ta có các trường hợp sau :

- a) Hệ (I) có một nghiệm $(x_0; y_0)$, khi đó Δ_1 cắt Δ_2 tại $M_0(x_0; y_0)$
- b) Hệ (I) có vô số nghiệm, khi đó Δ_1 trùng Δ_2
- c) Hệ (I) vô nghiệm, khi đó $\Delta_1 // \Delta_2$.

Chú ý : Nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ thì :

* $\Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ * $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ * $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
--

4. Góc giữa hai đường thẳng :

Cho 2 đường thẳng : $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}_2$.

Đặt $\varphi = (\widehat{\Delta_1, \Delta_2})$ khi đó:
$$\cos \varphi = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Chú ý :

+
$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

+ Nếu Δ_1 và Δ_2 có phương trình $y=k_1x+m_1$ và $y=k_2x+m_2$ thì $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1k_2 = -1$.

5. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $ax+by+c=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0)$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ , kí hiệu là $d(M_0, \Delta)$, được tính bởi công thức:

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Viết phương trình tham số (PTTS) của đường thẳng.

@ **Phương pháp:** Để viết PTTS của đường thẳng Δ ta thực hiện các bước sau:

- Tìm VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$ của đường thẳng Δ .
- Tìm một điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc Δ .
- Phương trình tham số của Δ là:
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$$

Chú ý:

- Nếu Δ có hệ số góc k thì Δ có VTCP $\vec{u} = (1; k)$.
- Nếu Δ có VTPT là $\vec{n} = (a; b)$ thì Δ có VTCP $\vec{u} = (-b; a)$ hoặc $\vec{u} = (b; -a)$

Dạng 2: Viết phương trình tổng quát (PTTQ) của đường thẳng.

@ **Phương pháp:** Để viết PTTQ của đường thẳng Δ ta thực hiện các bước sau:

- Tìm VTPT $\vec{n} = (a; b)$ của đường thẳng Δ .
- Tìm một điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc Δ .
- Viết phương trình Δ theo công thức: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$
- Biến đổi về dạng: $ax + by + c = 0$

Chú ý:

- Nếu đường thẳng Δ cùng phương với đường thẳng $d: ax+by+c=0$ thì Δ có PTTQ: $ax+by+c'=0$.
- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: ax+by+c=0$ thì Δ có PTTQ: $-bx+ay+c''=0$.

Dạng 3: Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

@ **Phương pháp:** Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ta xét các trường hợp sau :

$* \quad \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
$* \quad \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
$* \quad \Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

- Tọa độ giao điểm của Δ_1, Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

- Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 được tính bởi công thức :

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Dạng 4: Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

@ **Phương pháp:**

- Để tính khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta:$

$$ax + by + c = 0 \text{ ta dùng công thức: } d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương trình đường tròn:

Phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$, bán kính R là :

$$\boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2}$$

- Nếu $a^2 + b^2 - c > 0$ thì phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của đường tròn tâm $I(a;b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
- Nếu $a^2 + b^2 - c = 0$ thì chỉ có một điểm $I(a;b)$ thỏa mãn phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$
- Nếu $a^2 + b^2 - c < 0$ thì không có điểm $M(x;y)$ nào thỏa mãn phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn:

- Cho điểm $M_0(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn (C) tâm $I(a;b)$. Gọi Δ là tiếp tuyến với (C) tại M_0 có phương trình:

$$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = 0$$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Nhận dạng một phương trình bậc hai là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính đường tròn.

@ **Phương pháp:**

Cách 1:

- Đưa về phương trình về dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. (1)
- Xét dấu biểu thức: $m = a^2 + b^2 - c$.
- Nếu $m > 0$ thì (1) là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$, bán kính:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}.$$

Cách 2:

- Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = m$. (2)

- Nếu $m > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$, bán kính $R = \sqrt{m}$.

Dạng 2: Lập phương trình đường tròn.

@ Phương pháp:

Cách 1:

- Tìm tọa độ tâm $I(a; b)$ của đường tròn (C).
- Tìm bán kính R của (C).
- Viết phương trình (C) theo dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ (1)

Chú ý:

- (C) đi qua $A, B \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 = R^2$.
- (C) đi qua A và tiếp xúc với đ.thẳng Δ tại $A \Leftrightarrow IA = d(I, \Delta)$.
- (C) tiếp xúc với hai đ.thẳng Δ_1 và Δ_2
 $\Leftrightarrow d(I, \Delta_1) = d(I, \Delta_2) = R$.

Cách 2:

- Gọi phương trình của đường tròn (C) là
$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0. \quad (2)$$
- Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ba ẩn số là: a, b, c .
- Giải hệ phương trình tìm a, b, c thế vào (2) ta được phương trình đường tròn (C).

Dạng 3: Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn.

@ Phương pháp:

Loại 1: Lập phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn (C).

- Tìm tọa độ tâm $I(a; b)$ của (C).
- Phương trình tiếp tuyến với (C) tại $M_0(x_0; y_0)$ có dạng:

$$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = 0.$$

Loại 2: Lập phương trình tiếp tuyến của Δ với (C) khi chưa biết tiếp điểm: Dùng điều kiện tiếp xúc để xác định Δ : Δ tiếp xúc với đường tròn (C) tâm I , bán kính R
 $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

1. Định nghĩa.

Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1, F_2 và một độ dài không đổi $2a$ lớn hơn F_1F_2 . Elip là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho: $F_1M + F_2M = 2a$. Các điểm F_1 và F_2 gọi là các **tiêu điểm** của elip. Độ dài $F_1F_2 = 2c$ gọi là **tiêu cự** của elip.

2. Phương trình chính tắc của elip (E).

* Cho elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$. Điểm M thuộc elip khi và chỉ khi $MF_1 + MF_2 = 2a$. $M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1), trong đó $b^2 = a^2 - c^2$.

Phương trình (1) gọi là *phương trình chính tắc* của elip.

3. Các thành phần của elip (E) là:

- Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- Độ dài trục lớn: $A_1A_2 = 2a$.
- Độ dài trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$.
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$.

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Lập phương trình chính tắc của một elip khi biết các thành phần đủ để xác định elip đó.

@ Phương pháp:

- Từ các thành phần đã biết, áp dụng công thức liên quan ta tìm được phương trình chính tắc của elip.
- Lập phương trình chính tắc của elip theo công thức:

$$(E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Ta có các hệ thức:
 - $0 < b < a$.

- $c^2 = a^2 - b^2$.
- Độ dài trục lớn: $A_1A_2 = 2a$.
- Độ dài trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$.
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$
- $MF_1 + MF_2 = 2a$.
- Ta có tọa độ các điểm đặc biệt của elip (E).
- Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.

Dạng 2: Xác định các thành phần của một elip khi biết phương trình chính tắc của elip đó.

@ Phương pháp:

Các thành phần của elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

- Độ dài trục lớn nằm trên Ox: $A_1A_2 = 2a$.
- Độ dài trục nhỏ nằm trên Oy: $B_1B_2 = 2b$.
- Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ với $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$
- Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- Tỉ số $\frac{c}{a} < 1$ (tâm sai của (E))
- Phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a; y = \pm b$.

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG HYPERBOL

1. Định nghĩa.

Định nghĩa:

Cho hai điểm cố định F_1, F_2 có khoảng cách $F_1F_2=2c$. Hyperbol (H) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho: $|F_1M - F_2M| = 2a$, trong đó a là số dương nhỏ hơn c.

Các điểm F_1 và F_2 gọi là các **tiêu điểm** của hyperbol. Độ dài $F_1F_2=2c$ gọi là **tiêu cự** của hyperbol.

2. Phương trình chính tắc của hyperbol (H).

* Cho hyperbol (H) có các tiêu điểm $F_1(-c,0), F_2(c,0)$. Điểm M thuộc hyperbol khi và chỉ khi $|MF_1 - MF_2| = 2a$. $M(x; y) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1) ($a > 0, b > 0$),

trong đó $b^2 = c^2 - a^2$

Phương trình (1) gọi là *phương trình chính tắc* của hyperbol.

3. Các thành phần của hyperbol (H) là:

- Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- Độ dài trục thực: $A_1A_2 = 2a$.
- Độ dài trục ảo: $B_1B_2 = 2b$.
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$

Các dạng toán và phương pháp giải

Dạng 1: Lập phương trình chính tắc của một hyperbol khi biết các thành phần đủ để xác định hyperbol đó.

@ Phương pháp:

- Từ các thành phần đã biết, áp dụng công thức liên quan ta tìm được phương trình chính tắc của hyperbol.

- Lập phương trình chính tắc của hypebol theo công thức:

$$(H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Ta có các hệ thức:

- $a, b > 0$.
- $c^2 = a^2 + b^2$.
- Độ dài trục thực: $A_1A_2 = 2a$.

- Độ dài trục ảo: $B_1B_2 = 2b$.

- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$

- $|MF_1 - MF_2| = 2a$.

- Ta có tọa độ các điểm đặc biệt của hypebol (H).

- Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.

- Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.

Dạng 2: Xác định các thành phần của một hypebol khi biết phương trình chính tắc của hypebol đó.

@ Phương pháp:

Các thành phần của hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

- Độ dài trục thực nằm trên Ox: $A_1A_2 = 2a$.

- Độ dài trục ảo nằm trên Oy: $B_1B_2 = 2b$.

- Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ với $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$

- Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.

- Tỷ số $e = \frac{c}{a} > 1$ (tâm sai của (H))

- Phương trình các đường thẳng chứa các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là:
 $x = \pm a; y = \pm b$.

- Phương trình các đường tiệm cận là: $y = \pm \frac{b}{a} x$

hocthongminh.com