

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) vào tờ giấy thi

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Kết quả rút gọn biểu thức $\sqrt{(3\sqrt{2} - 5)^2}$

- A. $3\sqrt{2} - 5$. B. $5 - 3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2} - 2$. D. $2 - \sqrt{2}$.

Câu 2. Biết đường thẳng $y = -11 - 3x$ song song với đường thẳng $y = (m+2)x - \frac{5}{2}$. Khi đó m bằng

- A. 5. B. -3. C. -5. D. 3.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ -4x - 5y = 9 \end{cases}$ nhận cặp số nào sau đây là nghiệm?

- A. $(-2; 15)$. B. $(2; -15)$. C. $(1; 1)$. D. $(1; -1)$.

Câu 4. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y = (m+2)x + 5$ đi qua điểm $A(2; 7)$?

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 5. Cho điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc đồ thị hàm số $y = -3x^2$ có hoành độ $x_M = -2$. Khi đó, y_M bằng

- A. 6. B. -6. C. -12. D. 12.

Câu 6. Gọi a, b lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2 + 6x + 4 = 0$. Giá trị của biểu thức $a + 2b$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 4. D. -6.

Câu 7. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx - m = 0$ có nghiệm kép?

- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = 0; m = -4$. D. $m = 0; m = 4$.

Câu 8. Cho đường tròn (O) và góc nội tiếp $\widehat{BAD} = 130^\circ$. Số đo của góc $\widehat{BOD}$ là

- A. 130° . B. 100° . C. 260° . D. 50° .

Câu 9. Nhà bạn Minh có một chiếc thang dài $4m$. Để đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng, cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

- A. $1,76m$. B. $1,71m$. C. $1,68m$. D. $1,69m$.

Câu 10. Cho đường tròn tâm O bán kính bằng $5cm$ và dây $AB = 8cm$. Gọi M là trung điểm của AB , vẽ bán kính ON đi qua M . Tỉ số $\frac{MN}{AB}$ là

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 11. Tổng của hai số là 16. Nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ được thương là 4 dư 1. Hai số đó là

- A. 10 và 6. B. 14 và 2. C. 13 và 3. D. 11 và 5.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=4, BC=5$ thì $\sin \angle ABC$ có giá trị là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hai biểu thức: $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{4}{3}$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases}$ (m là tham số)

a) Giải hệ phương trình khi $m=1$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 10$.

2. Cho parabol $(P): y = -2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x + m - 1$.

a) Tìm m biết đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d') : $y = 2x - 1$ tại điểm A có hoành độ bằng 2.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt nằm bên trái trục tung.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M sao cho $AM = AO$.

a) Chứng minh bốn điểm $A; I; M; O$ cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $sđ \widehat{MC} = \frac{1}{3} sđ \widehat{BD}$.

c) Dây MB cắt CD tại I , đoạn thẳng MO cắt AI tại H . Chứng minh $AH \cdot AI = MI \cdot MB$.

d) Điểm I nằm trên dây PQ . Xác định vị trí của dây PQ để $\angle QP$ lớn nhất.

Câu 4 (0,5 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2024}{xy + yz + zx}$.

--HẾT--

I. Trắc nghiệm (3,0 điểm): Đúng mỗi câu ghi 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	B	C	A	C	B	D	D	C	D

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5đ)	a. Với $x=16$ ta có $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{2+\sqrt{16}}{\sqrt{16}} = \frac{2+4}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.	0,5đ
	b. Với $x > 0$, rút gọn B được: $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} =$ $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{x-1+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$	0,25đ 0,25đ
	Có: $\frac{A}{B} = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ Để: $\frac{A}{B} > \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \frac{4}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{4}{3} > 0$ $\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}+3-4\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} > 0$ $\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} > 0$ $\Leftrightarrow 3-\sqrt{x} > 0 \text{ (Vì } 3\sqrt{x} > 0 \text{ với } x > 0)$	0,25đ 0,25đ

	$\Leftrightarrow x < 9$ Kết hợp với điều kiện, ta có : $0 < x < 9$ thì $\frac{A}{B} > \frac{4}{3}$	
Câu 2. (2 đ)	1 a. Với $m=1$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ $\Rightarrow$ Vậy với $m=1$ nghiệm (x,y) của hệ phương trình là: $(1;3)$ b. Ta có $\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 2 \end{cases}$ Để $x^2 + y^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + (m+2)^2 = 10$ $\Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$ 2. a) Xác định được tung độ điểm A bằng 3 Xác định được $m = -2$ b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là: $-2x^2 = 3x + m - 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + m - 1 = 0$ (*) $\Delta = 9 - 4.2.(m - 1) = 17 - 8m.$ Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 17 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{17}{8}.$ Theo Vi – ét ta có: $\begin{cases} S = \frac{-3}{2} \\ P = \frac{m-1}{2} \end{cases}$ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt âm thì $\begin{cases} S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-3}{2} < 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1.$ Kết hợp với điều kiện $m < \frac{17}{8} \Rightarrow 1 < m < \frac{17}{8}.$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ

Câu 3: Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M sao cho $AM = AO$.

-

a. Ta có:

$\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\angle AOC = 90^\circ \text{ (} AB \perp CD \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle AMB + \angle AOC = 180^\circ$$

Mà trong tứ giác $AOIM$, $\widehat{AMB}$ và $\widehat{AOC}$ là hai góc đối

$\Rightarrow AOIM$ là tứ giác nội tiếp một đường tròn

 $0.25d$ $0.25d$ $0,25d$

$$\Rightarrow \angle AMO = \angle AOM = 60^\circ \Rightarrow \angle MCO = 30^\circ$$

Mà $\sphericalangle BD = \sphericalangle OB = 90^\circ$

$$\Rightarrow sd \square MC = \frac{1}{3} sd \square BD$$

$0,25d$

$0.25d$

0.25d

$$\Rightarrow \angle AIO = \angle IOB = \frac{1}{2}(\angle MC + \angle BD) = 60^\circ$$

Lại có $\widehat{MIA} + \widehat{AIO} + \widehat{OIB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MIA} = \widehat{AIO} = \widehat{OIB} = 60^\circ$

$$\Rightarrow MAI = OAI \text{ (cùng phụ góc } 60^\circ)$$

$\Rightarrow$ AI vừa là đường phân giác vừa là đường trung trực của ΔMAO

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác MAI ta có $AH.AI = AM^2$ (1)

$$\Delta AMI \sim \Delta BMA(g.g) \Rightarrow AM^2 = MI.MB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH.AI = MI.MB$

0.25d

 $0.25d$

	d. Từ O dựng $OK \perp PQ (K \in PQ)$ Do OPQ là tam giác cân tại O nên $\widehat{OQP} = \frac{180 - \widehat{POQ}}{2}$ (Tính chất tam giác cân) $\Rightarrow \widehat{OQP}$ lớn nhất khi $\widehat{POQ}$ nhỏ nhất, mà $\widehat{POQ}$ là góc ở tâm chắn cung $\widehat{PQ}$ nên $\widehat{OQP}$ lớn nhất khi $sđ\widehat{PQ}$ nhỏ nhất hay PQ có độ dài ngắn nhất. Theo quan hệ giữa độ dài dây và khoảng cách từ tâm đến dây thì PQ ngắn nhất khi đoạn thẳng OK có độ dài lớn nhất Áp dụng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác vào tam giác vuông OIK có $OI \geq OK$ (Cạnh đối diện với góc lớn nhất thì lớn nhất) $\Rightarrow OK$ có độ dài lớn nhất khi I trùng K Vậy $\widehat{OQP}$ có độ dài lớn nhất khi PQ qua I và vuông góc với CD	0.25đ 0.25đ
Câu 4. (0.5 đ)	$\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2024}{xy + yz + xz}$ $= \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + xz} + \frac{1}{xy + yz + xz} + \frac{2022}{xy + yz + xz}$ Ta có: $(a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ $= \frac{1}{2}[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] \geq 0 \Rightarrow 3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$ Với $a, b, c > 0$, áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} ; \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}$ $\Rightarrow (a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 3\sqrt[3]{abc} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a + b + c}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$ Với $x + y + z \leq 1$, áp dụng các kết quả trên, ta có: $\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + xz} + \frac{1}{xy + yz + xz}$ $\geq \frac{9}{x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)} = \frac{9}{(x + y + z)^2} \geq \frac{9}{1^2} = 9$ $\frac{2022}{xy + yz + xz} = \frac{6066}{3(xy + yz + xz)} \geq \frac{6066}{(x + y + z)^2} \geq \frac{6066}{1^2} = 6066$ $\Rightarrow P \geq 9 + 6066 = 6075$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$. Vậy $\min P = 6075 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$	0,25đ 0,25đ

Ghi chú: Nếu học sinh giải theo cách khác đúng thì cho điểm tối đa.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>